

1. 同じ弧に対する円周角

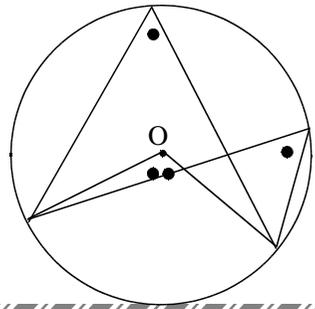
★円Oにおいて、ABを除いた円周上の点をPとすると、 $\angle APB$ を \widehat{AB} に対する

という。

円周角の定理

① 1つの弧に対する円周角の大きさは、

②



なぜ、上のことが言えるか証明してみよう。

中心Oの位置によって、次の3通りの証明ができる。

(1) 中心Oが直径上にあるとき

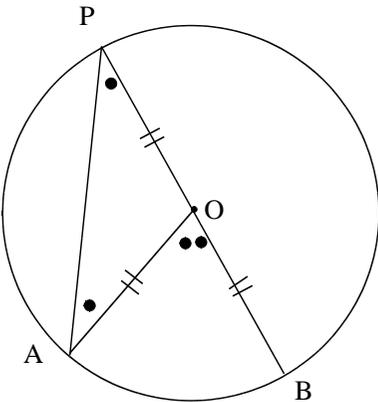
$\triangle OPA$ で、 $OP=OA$ だから

$$\angle OPA = \angle \text{ } \dots \text{ } \textcircled{1}$$

また、 $\angle AOB = \angle \text{ } + \angle \text{ } \dots \text{ } \textcircled{2}$

①②から $\angle AOB = 2 \angle \text{ }$

したがって $\angle APB = \frac{1}{2} \angle \text{ }$



(2) 中心Oが円周角の内側にあるとき

直径PKをひくと(1)の証明から

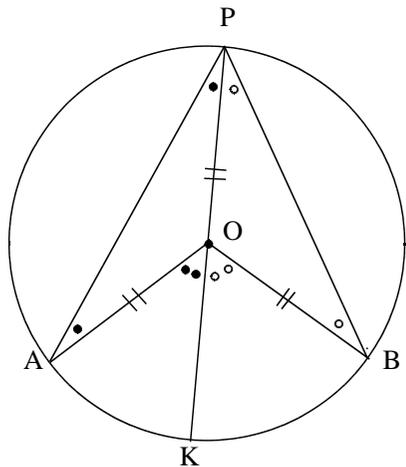
$\triangle OPA$ で $\angle APK = \frac{1}{2} \angle \text{ }$

$\triangle OPB$ で $\angle BPK = \frac{1}{2} \angle \text{ }$

$$\begin{aligned} \angle APB &= \angle APK + \angle BPK \\ &= \frac{1}{2} (\angle \text{ } + \angle \text{ }) \end{aligned}$$

$\angle AOB = \angle \text{ } + \angle \text{ }$ だから

$$\angle AOB = \frac{1}{2} \angle \text{ }$$



(3) 中心Oが円周角の外側にあるとき
直径PKをひくと(1)の証明から

$\triangle OPA$ で $\angle APK = \frac{1}{2} \angle AOK$

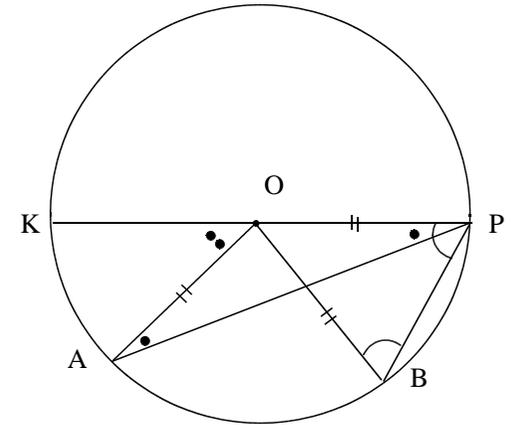
$\triangle OPB$ で $\angle BPK = \frac{1}{2} \angle BOK$

よって

$$\begin{aligned} \angle APB &= \angle BPK - \angle APK \\ &= \frac{1}{2} (\angle BOK - \angle AOK) \end{aligned}$$

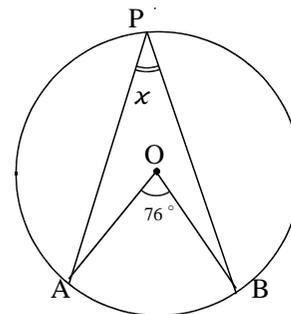
$\angle AOB = \angle BOK - \angle AOK$ だから

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$



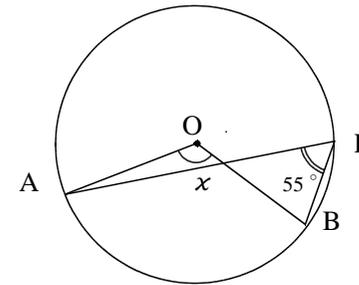
<練習1> 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

①



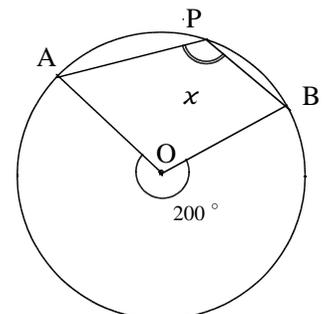
$\angle x =$

②



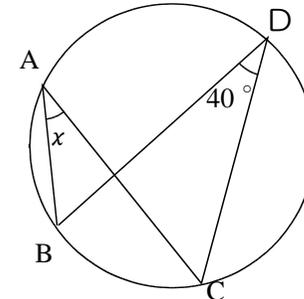
$\angle x =$

③



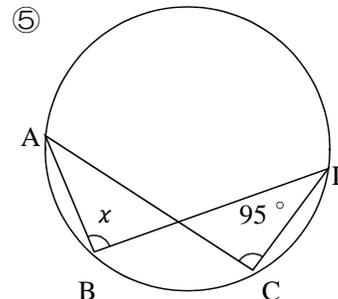
$\angle x =$

④



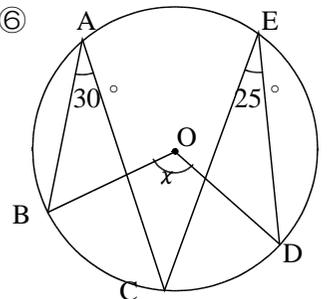
$\angle x =$

⑤

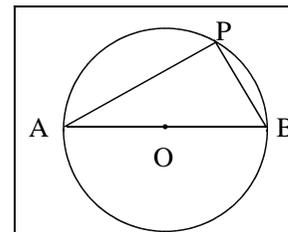


$\angle x =$

⑥



$\angle x =$



円Oで、ABが直径の場合

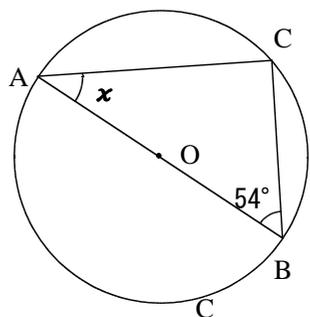
$\angle AOB = 180^\circ$ だから、 $\angle APB = \text{ }^\circ$

半円の弧に対する円周角は、 である。

この性質よく使います

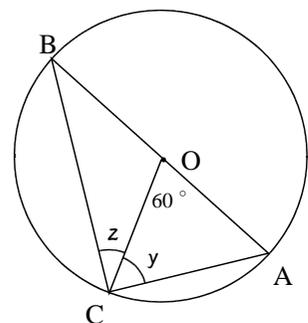
<練習2> ABが円Oの直径であるとき、 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の大きさを求めなさい。

①



$\angle x =$

②



$\angle y =$

$\angle z =$

<課題> 次の図の円Oで、 $\angle A = 110^\circ$ のとき、 $\angle C$ の大きさを求めるには、どうすればよいでしょうか。

