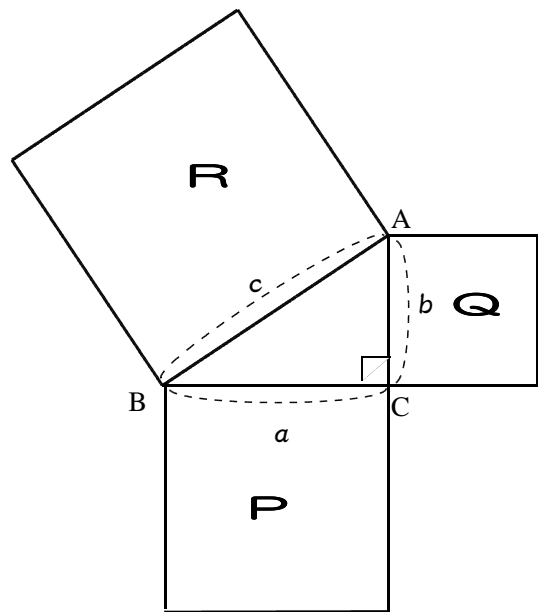


2 三平方の定理 (証明)

<課題> 三平方の定理 ($a^2 + b^2 = c^2$) を証明してみよう

【証明1】〔ピタゴラス・古代ギリシャ〕

下の図で、面積 $R =$ 面積 $P +$ 面積 Q が成り立つことを示します。



$BC = a$ 、 $CA = b$ とすると、 R の面積は

$$\begin{aligned} \text{面積 } R &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

ここで、面積 $P =$ 、面積 $Q =$ なので $\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ より $R =$ (結論)

※ 次のページでは、他の証明法にチャレンジしてみよう。

【証明2】〔ガルフイールド・米〕 \dots 台形の面積を利用 (初級)

$$\text{台形 AEDC の面積} = \frac{1}{2} (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \times (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})$$

$$= \frac{1}{2} (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

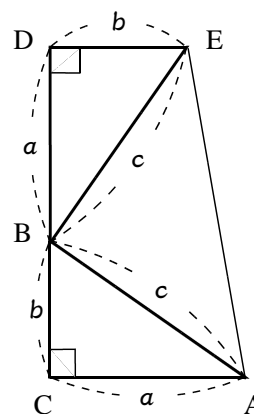
また台形 AEDC の面積 = $\triangle BDE + \triangle BCA + \triangle BEA$

$$= \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ より

$$\frac{1}{2} (a + b)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$$

これを整理して $a^2 + b^2 =$ (結論)



【証明3】〔アイツシュタイン・ドイツ〕 \dots 相似を利用 (中級)

• $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ から

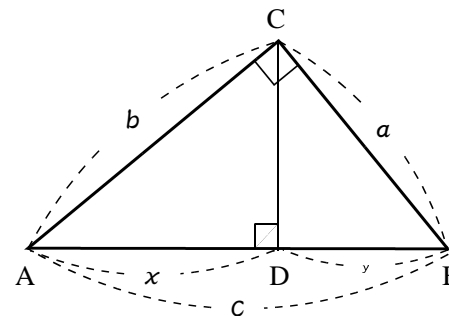
$$b : x = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} \text{ より } b^2 = \underline{\hspace{1cm}} \quad \textcircled{1}$$

• $\triangle CBD \sim \triangle ABC$ から

$$a : y = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} \text{ より } a^2 = \underline{\hspace{1cm}} \quad \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ の両辺をそれぞれたして

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= c (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}) \\ &= \underline{\hspace{1cm}}^2 \quad (\text{結論}) \end{aligned}$$



【証明4】〔ユークリッド・古代ギリシャ〕 \dots 等積変形を利用 (上級)

$\textcircled{1}$ 底辺が共通で高さが等しいから

$$\text{正方形 } ACHI = \underline{\hspace{1cm}} \times 2$$

$$\text{長方形 } ADKJ = \underline{\hspace{1cm}} \times 2$$

$\textcircled{2}$ 2辺とその間の角が等しいから

$$\triangle ABI \equiv \underline{\hspace{1cm}}$$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ から

$$\text{正方形 } ACHI = \text{長方形 } \underline{\hspace{1cm}}$$

同様にして

$$\text{正方形 } BFGC = \text{長方形 } \underline{\hspace{1cm}}$$

よって

$$\underline{\hspace{1cm}}^2 + \underline{\hspace{1cm}}^2 = \underline{\hspace{1cm}}^2 \quad (\text{結論})$$

